



دبیرستان غیر دولتی دخترانه ندای کوثر
پایه دوازدهم، رشته ریاضی و تجربی و انسانی

آزمون های
جامع شبیه ساز
کنکور ۱۴۰۳

دفترچه شماره ۱

دوشنبه ۱۴۰۳/۰۴/۱۸

آزمون ۱۰

رشته ریاضی

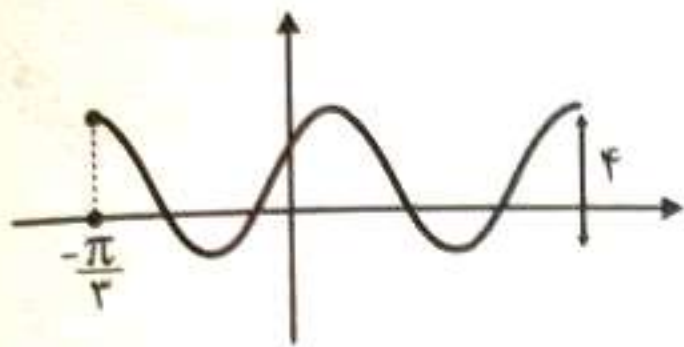
مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخگویی |

ردیف	دروس	محدوده سوالات	تعداد سوال	زمان پیشنهادی (دقیقه)
۱	ریاضیات	۱-۴۰	۴۰	۷۰

۱- قسمتی از نمودار تابع $y = |a| \cos(\frac{\pi}{2} - bx) + 1$ به صورت زیر است. مقدار ab کدام می تواند باشد؟



$$\pm 12 \quad (1)$$

$$\pm 9 \quad (2)$$

$$\pm 6 \quad (3)$$

$$\pm 3 \quad (4)$$

۲- اگر $\alpha + 1$ و $\beta + 1$ ریشه های معادله $\frac{2x+1}{x+3} + \frac{x+3}{2x+1} = 6$ باشند، آنگاه مقدار $\frac{1}{\alpha+4} + \frac{1}{\beta+4}$ کدام است؟

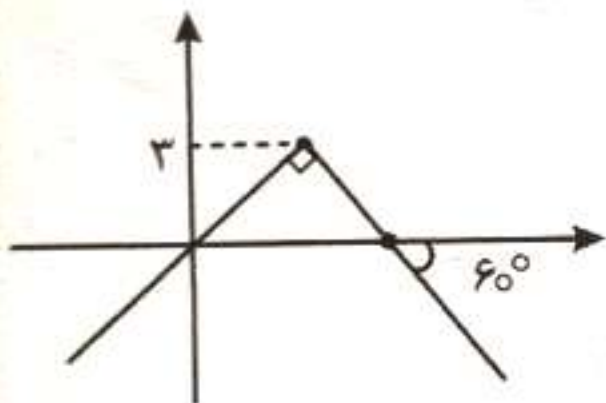
$$\frac{-2}{5} \quad (4)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$\frac{2}{5} \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۳- نمودار تابع $y = xf(x+1)$ به صورت زیر است. مقدار $f(f(-\frac{1}{4}))$ کدام است؟



$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

۴- اگر $\log_2^x = a$ و $\log_3^x = b$ باشد، آنگاه مقدار $\log_{24}^x$ کدام است؟

$$\frac{a+3b}{ab} \quad (4)$$

$$\frac{3a+b}{3ab} \quad (3)$$

$$\frac{a+b}{3ab} \quad (2)$$

$$\frac{3a+b}{ab} \quad (1)$$

۵- اگر $f(x) = x^2 + 3x + 2$ را a واحد در جهت محور طولی یا b واحد در جهت محور عرضی انتقال دهیم، نمودار جدید از چهار ناحیه مختصاتی عبور می کند. حداقل $[a^2 + b^2]$ کدام است؟

$$7 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

۶- فرض کنید $f(x+1) = 3x+2$ ؛ $-3 < x \leq 4$ باشد. در این صورت برد تابع $y = x + f(x) + f^{-1}(x)$ شامل چند عدد صحیح است؟

$$30 \quad (4)$$

$$23 \quad (3)$$

$$31 \quad (2)$$

$$24 \quad (1)$$

۷- فرض کنید $A = \{1, 2, 3\}$ باشد. اگر a, b دو عضو متمایز A باشند و (a, b, x) به همین ترتیب، تشکیل یک

دنباله حسابی صعودی بدهند، آنگاه مجموع مقادیرهای قابل قبول x کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۸- اگر $f(x) = x^3 + x + k$ و $\frac{f(1)+3}{2} = f^{-1}(-5) + 7$ باشد، آنگاه مقدار $f(k)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۱۲ (۳) ۷۲ (۴) ۱۳۵

۹- فرض کنید $f(x) = \frac{x + \sqrt{3}}{1 - x\sqrt{3}}$ باشد. اگر $a_1 = 2 - \sqrt{3}$ و $a_{n+1} = f(a_n)$ باشد، آنگاه مقدار a_{11} کدام است؟

- (۱) $2 + \sqrt{3}$ (۲) $2 - \sqrt{3}$ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۰- حاصل $\left(\frac{\sin 5^\circ}{\sin 1^\circ} - 2 \cos 2^\circ - 2 \cos 4^\circ \right) \left(\frac{\sin 5^\circ}{\cos 1^\circ} + 2 \sin 2^\circ - 2 \sin 4^\circ \right)$ کدام است؟

- (۱) $\sin^2 1^\circ$ (۲) $\tan 1^\circ$ (۳) $\frac{\sin 2^\circ}{2}$ (۴) $\frac{\cos 2^\circ}{2}$

۱۱- اگر $f\left(\frac{3}{5}\right) = 4$ ، $f(f(x)) = \frac{2x+8}{x-1}$ باشد، آنگاه مقدار $f'(3/5) \cdot f'(6) \cdot (f'(4))^2$ برابر کدام است؟

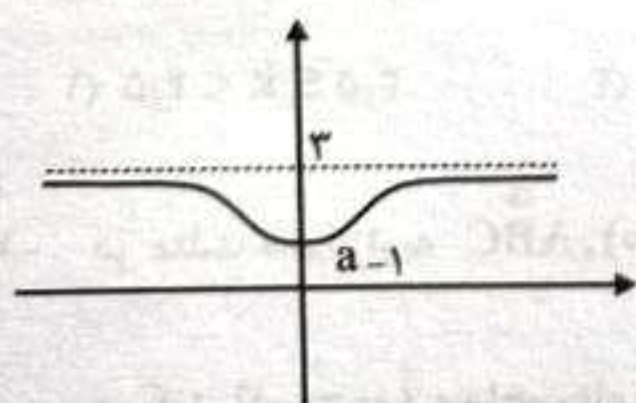
- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{25}{16}$ (۴) $\frac{16}{9}$

۱۲- اگر خط $y = ax + 2$ در نقطه $(1, 5)$ بر نمودار $y = f(x+1) + x$ مماس باشد، آنگاه عرض از مبدأ خط مماس بر

نمودار تابع $y = f(2x)$ در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) -۱۲ (۴) ۱۲

۱۳- نمودار تابع $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 6}{x^2 + c}$ به صورت زیر است. مقدار $\frac{a}{c} + b$ کدام است؟



(۱) ۶

(۲) ۳

(۳) ۱

(۴) صفر

۱۴- اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{ax+3}{x+4} \right] = 5$ باشد، آنگاه حدود a کدام است؟

- (۱) $(5, 6]$ (۲) $[5, 6)$ (۳) $(5, 6)$ (۴) $\mathbb{R} - (5, 6)$

۱۵- در چه بازه‌ای $f(x) = x^3 - x^2 - x + 6$ نزولی و دارای جهت تقعر رو به بالا است؟

- (۱) $(-\frac{1}{6}, \frac{2}{3})$ (۲) $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ (۳) $(\frac{2}{3}, 2)$ (۴) $(\frac{1}{3}, 1)$

۱۶- فرض کنید $f(x) = \frac{3x+4}{x+5}$ و $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 7$ باشد. اگر تابع $f(g(x))$ در بازه $(a-3, 2a+1)$

وارون‌پذیر نباشد، حدود a کدام است؟ آزمون وی ای پی

- (۱) $(1, 7)$ (۲) $(3, 5)$ (۳) $(2, 8)$ (۴) $(0, 6)$

۱۷- اگر $f(x) = \begin{cases} 3x+2 & x \geq 1 \\ \frac{bx^2-b}{x-1} & x < 1 \end{cases}$ ، $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-2}{\sqrt{x+3}-1} & x > 1 \\ a+x & x \leq 1 \end{cases}$ دو تابع باشند، به نحوی که $f+g$ در $x=1$

پیوسته باشد، آنگاه مقدار $a^2 - b^2$ کدام است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۸۴ (۳) ۹۶ (۴) ۱۱۲

۱۸- قاعده مکعب مستطیلی، یک مربع است. مجموع محیط قاعده و ارتفاع این مکعب مستطیل ۱۲ است. بیشترین مقدار حجم این شکل، کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۱۹- اگر a, b اعدادی صحیح باشند، به نحوی که $\lim_{x \rightarrow a} [-2x^2 + bx + 4] = 6$ باشد، آنگاه مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) ± 2 (۲) ± 5 (۳) فقط ۴ (۴) ۴ یا ۶-

۲۰- مجموع جواب‌های معادله $\sin^2 x + |\sin 2x| = 1$ در بازه $[0, k\pi]$ برابر با m است. حدود k کدام باشد تا

$m \in (\frac{22\pi}{3}, \frac{43\pi}{3})$ باشد؟

- (۱) $3/5 \leq k < 4/5$ (۲) $4/5 \leq k < 5/5$ (۳) $5/5 \leq k < 6/5$ (۴) $2/5 \leq k < 7/5$

۲۱- در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ ($A = 90^\circ$) عمود منصف کوچک‌ترین ضلع، بزرگ‌ترین ضلع مثلث را در نقطه M قطع

می‌کند. اگر مجموع مساحت‌های کوچک‌ترین مثلث و $\frac{3}{4}$ مساحت دوزنقه برابر با ۲۶ باشد، مساحت دوزنقه کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۶ (۳) ۲۵ (۴) ۱۸

۲۲- در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، طول وتر $BC = 10$ و $\hat{C} = 30^\circ$ است. میانه BM را رسم می‌کنیم. از رأس

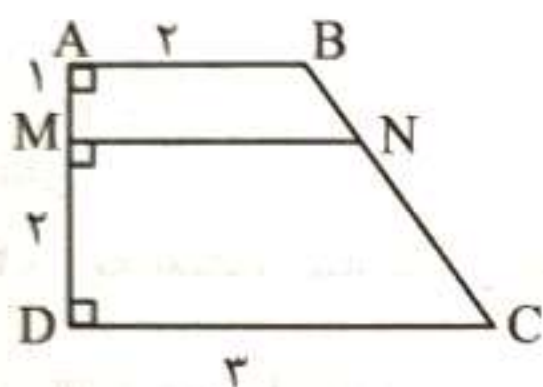
C بر امتداد میانه BM عمود می‌کشیم و H می‌نامیم. مساحت مثلث CMH چند برابر مساحت مثلث ABC است؟

- (۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{3}{14}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{2}{7}$

۲۳- از نقطه C خطی موازی AD رسم می‌کنیم و دوزنقه را حول این خط دوران می‌دهیم. صفحه‌ای موازی قاعده‌های

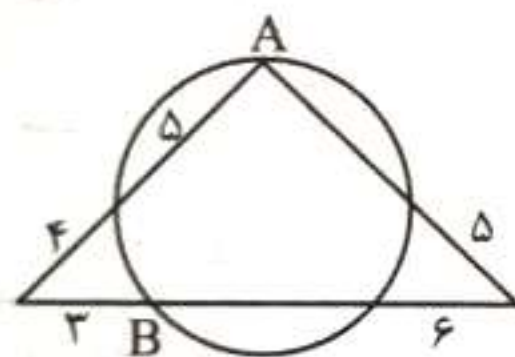
دوزنقه عمود بر ساق AD و منطبق بر امتداد پاره خط MN شکل فضایی را قطع می‌کند. مساحت سطح مقطع حاصل چند

برابر $\frac{\pi}{9}$ است؟



- (۱) ۸۶ (۲) ۸۱ (۳) ۷۷ (۴) ۷۶

۲۴- در شکل زیر مربع طول وتر AB کدام است؟



- (۱) $\frac{153}{3}$ (۲) ۶۰ (۳) $\frac{153}{2}$ (۴) ۷۵

۲۵- برای ماتریس‌های مربعی وارون‌پذیر A و B رابطه $A + B = \frac{1}{2}AB$ برقرار است. اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ آنگاه مجموع

درایه‌های وارون ماتریس B کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۲۶- از تساوی $\begin{vmatrix} |A| & -1 & |A| \\ 2 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & |A| \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 2 & |A| \\ |A| & 2 \end{vmatrix}$ حاصل $|A^{-1}|$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۲۷- دایره‌ای با مرکز $O(1,1)$ روی خط $3x + 4y + 8 = 0$ وترى به طول ۸ جدا می‌کند. از نقطه $A(8,0)$ دو مماس بر

دایره رسم می‌کنیم. زاویه بین دو مماس کدام است؟

(۴) ۹۰

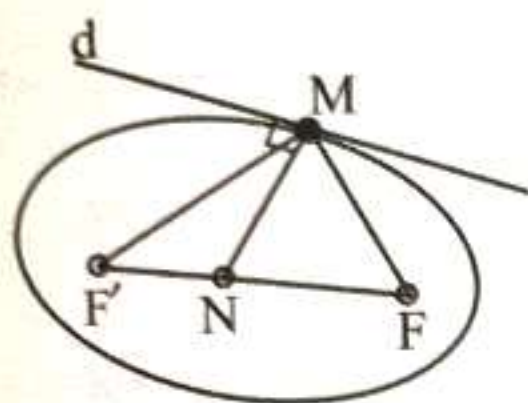
(۳) ۶۰

(۲) ۴۵

(۱) ۳۰

۲۸- در شکل زیر خط d در نقطه M بر بیضی مماس است. اگر $MF = 3$, $MF' = 5$, $MN \perp d$ و طول قطر کوچک

بیضی $4\sqrt{3}$ باشد. طول MN کدام است؟

(۲) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ (۱) $\frac{3\sqrt{5}}{4}$ (۴) $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ (۳) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

۲۹- چه تعداد از عبارات زیر صحیح است؟

(الف) $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$

(ب) $\vec{a} \times \vec{a} = 0$

(پ) $|\vec{r}\vec{a}| = |\vec{r}|^2 |\vec{a}|$

(ت) $\vec{a} \cdot 0 = 0$

(۱) صفر

(۲) یک

(۳) دو

(۴) سه

۳۰- بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b} = (2, -1, 2)$ غیر هم‌جهت‌اند، طول بردار $\vec{a}$ برابر ۱۲ است. اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ باشد، حاصل $|\vec{a} - \vec{b}|$

کدام است؟ آزمون وی ای پی

(۱) ۱۰

(۲) ۵

(۳) ۱۵

(۴) ۲۰

۳۱- بیان درست نقیض گزاره $\forall x \in \mathbb{N} \exists y \in \mathbb{Z} : x > y$ کدام است؟

(۱) همه اعداد صحیح حداقل از یک عدد طبیعی کوچک‌تر هستند.

(۲) همه اعداد طبیعی حداقل از یک عدد صحیح بزرگ‌تر هستند.

(۳) دست کم یک عدد طبیعی هست که از همه اعداد صحیح کوچک‌تر باشد.

(۴) دست کم یک عدد صحیح هست که از همه اعداد طبیعی بزرگ‌تر باشد.

۳۲- اگر $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$, $B = \{a, b\}$, $C = A - B$ و $D = A - \{B\}$. آنگاه مجموعه $D - C$ چند زیرمجموعه ناتهی دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۷

۳۳- یک تاس همگن را سه بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم که حداقل در یکی از پرتاب‌ها عدد ۴ ظاهر شده است، احتمال آنکه دست کم دو عدد روشده برابر باشند، چقدر است؟

- (۱) $\frac{31}{91}$ (۲) $\frac{33}{91}$ (۳) $\frac{35}{93}$ (۴) $\frac{29}{93}$

۳۴- در یک آزمایش تصادفی با فضای نمونه $S = \{a_1, a_2, \dots, a_6\}$ ، احتمال رخ دادن برآمد a_k از رابطه $P(a_k) = \frac{\binom{5}{k-1}}{n}$ به دست می‌آید. احتمال رخ دادن پیشامد $A = \{a_1, a_2\}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{5}{32}$ (۳) $\frac{3}{32}$ (۴) $\frac{3}{16}$

۳۵- در یک نمونه‌گیری از تعداد فرزندان خانواده‌های ساکن در یک شهرک نتایج زیر به دست آمده است. واریانس

تعداد فرزندان	۰	۱	۲	۳	۴
درصد فراوانی نسبی	۲۰	۴۰	۲۰	۱۰	a

تعداد فرزندان این خانواده‌ها کدام است؟

- (۱) $1/55$ (۲) $1/45$ (۳) $1/50$ (۴) $1/60$

۳۶- اگر خارج قسمت و باقی‌مانده تقسیم عدد طبیعی a بر عدد طبیعی b به ترتیب q و ۱۱ و در تقسیم بر $b+3$ به ترتیب $q-2$ و ۳ باشد، آنگاه باقی‌مانده تقسیم کوچک‌ترین عدد طبیعی مانند a بر ۱۱ چقدر است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱ (۴) ۲

۳۷- باقی‌مانده تقسیم عدد طبیعی $a > 200$ بر ۱۱ برابر ۵ است. اگر سه برابر عدد a به دسته هم‌نهشتی ۵ به پیمانه ۱۷ تعلق داشته باشد، آنگاه رقم یکان کوچک‌ترین عدد طبیعی a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۸- حاصل ضرب درجات رأس‌های گرافی با ۱۲ رأس برابر ۵ است. تعداد عضوهای مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال غیرمینیم

این گراف کدام عدد می‌تواند باشد؟

(۴) ۹ یا ۱۰

(۳) ۸ یا ۹

(۲) فقط ۹

(۱) فقط ۸

۳۹- پنج نفر به اسامی a, b, c, d, e می‌خواهند در یک صف کنار هم بایستند. در چند حالت امکان دارد که a ، نه کنار b و

نه کنار c باشد؟

(۴) ۳۶

(۳) ۴۲

(۲) ۷۲

(۱) ۱۰۸

۴۰- ۹۳ کبوتر می‌خواهند در k لانه بنشینند. بیشترین مقدار k چقدر می‌تواند باشد تا مطمئن باشیم حداقل یک لانه

هست که در آن دست کم ۷ کبوتر نشسته است؟

(۴) ۱۳

(۳) ۱۶

(۲) ۱۴

(۱) ۱۵